تمام بورڈز آف انٹرمیڈیٹ اینڈ سیکنڈری ایجوکیشن کے نئے نصاب
اور پیپر پیٹرن کے عین مطابق
ہمدرد
امتحانی
ریاضی
سائنس گروپ
ترمیم و اضافہ شدہ ایڈیشن
» پیپر کا مکمل حل » مکمل حل شدہ مشقی سوالات
» معروضی سوالات (کثیر الانتخابی + مختصر جوابی)
جماعت
9
• A+ گریڈ میں 100 فیصد یقینی کامیابی کے حصول کا واحد ذریعہ •

سلیبس ریاضی نہم سائنس گروپ

	اپریل	مئی/جون (جزوی)	(جزوی) اگست/ستمبر	اکتوبر	نومبر	دسمبر	جنوری	فروری	مارچ
جنرل ریاضی	یونٹ نمبر: 1 قالب اور قالبوں کا مقطع ٹیکسٹ بک صفحہ 1 تا 36	یونٹ نمبر: 2 - 3 حقیقی اور غیر حقیقی (کمپلیکس) اعداد اور لوگارتھم ٹیکسٹ بک صفحہ 37 تا 88	یونٹ نمبر: 4-6 الجبری جملے اور الجبری کلیے تا الجبری جملوں کا ذواضعاف اقل، عاداعظم اور جذرالمربع ٹیکسٹ بک صفحہ 89 تا 156	یونٹ نمبر: 7-8 یک درجی مساواتیں اور غیر مساواتیں اور خطی یالائن (لینئر) گراف اور اس کے مستعملات ٹیکسٹ بک صفحہ 157 تا 201	یونٹ نمبر: 9 - 10 کوآرڈینیٹ جیومیٹری کا تعارف اور متماثل مثلثان ٹیکسٹ بک صفحہ 202 تا 236	یونٹ نمبر: 11 - 14 متوازی الاضلاع اور تکونی اشکال تا نسبت اور تناسب ٹیکسٹ بک صفحہ 237 تا 284	یونٹ نمبر: 15 - 17 مسئلہ فیثاغورث تا عملی جیومیٹری۔ مثلثیں ٹیکسٹ بک صفحہ 285 تا 318	مکمل نصاب کا اعادہ	ایضاً
ہمدرد ریاضی (سائنس گروپ)	ہمدرد ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 5 تا 61	ہمدرد ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 62 تا 115	ہمدرد ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 116 تا 210	ہمدرد ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 211 تا 266	ہمدرد ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 267 تا 306	ہمدرد ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 307 تا 374	ہمدرد ریاضی (سائنس گروپ) صفحہ 375 تا 432	ایضاً	ایضاً

فہرست

یونٹ 5

تجزی

FACTORIZATION

تعارف:

تجزی کا ریاضی میں ایک اہم کردار ہے۔ اس سے پیچیدہ جملوں کا مطالعہ نسبتاً سادہ جملوں کے مطالعہ میں بدل جاتا ہے۔

تجزی:

کسی الجبری جملے کو اس کے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھنے کے عمل کو تجزی کہتے ہیں۔

مختلف قسم کے جملوں کی تجزی کرنا:

-1 $ka+kb+kc$ کی قسم کے جملے کی تجزی کرنا

-2 $ac+ad+bc+bd$ کی قسم کے جملے کی تجزی کرنا

-3 $a^2 \pm 2ab + b^2$ کی قسم کے جملے کی تجزی کرنا

-4 $a^2 - b^2$ کی قسم کے جملے کی تجزی کرنا

-5 $a^2 \pm 2ab + b^2 - c^2$ کی قسم کے جملے کی تجزی کرنا

حل مشق 5.1

درج ذیل جملوں کی تجزی کیجیے۔

1. (i) $2abc - 4abx + 2abd$

حل: $2abc - 4abx + 2abd = 2ab(c - 2x + d)$

(ii) $9xy - 12x^2y + 18y^2$

حل: $9xy - 12x^2y + 18y^2 = 3y(3x - 4x^2 + 6y)$

(iii) $-3x^2y - 3x + 9xy^2$

حل: $-3x^2y - 3x + 9xy^2 = -3x(xy + 1 - 3y^2)$

(iv) $5ab^2c^3 - 10a^2b^3c - 20a^3bc^2$

حل: $5ab^2c^3 - 10a^2b^3c - 20a^3bc^2 = 5abc(bc^2 - 2ab^2 - 4a^2c)$

(v) $3x^3y(x - 3y) - 7x^2y^2(x - 3y)$

حل: $3x^3y(x - 3y) - 7x^2y^2(x - 3y) = (3x^3y - 7x^2y^2)(x - 3y) = x^2y(3x - 7y)(x - 3y)$

(vi) $2xy^3(x^2 + 5) + 8xy^2(x^2 + 5)$

حل: $2xy^3(x^2 + 5) + 8xy^2(x^2 + 5) = (2xy^3 + 8xy^2)(x^2 + 5) = 2xy^2(y + 4)(x^2 + 5)$

2. (i) $5ax - 3ay - 5bx + 3by$

حل: $5ax - 3ay - 5bx + 3by = a(5x - 3y) - b(5x - 3y) = (a - b)(5x - 3y)$

(ii) $3xy + 2y - 12x - 8$

حل: $3xy + 2y - 12x - 8 = y(3x + 2) - 4(3x + 2) = (y - 4)(3x + 2)$

(iii) $x^3 + 3xy^2 - 2x^2y - 6y^3$

حل: $x^3 + 3xy^2 - 2x^2y - 6y^3 = x(x^2 + 3y^2) - 2y(x^2 + 3y^2) = (x - 2y)(x^2 + 3y^2)$

(iv) $(x^2 - y^2)z + (y^2 - z^2)x$

حل: $(x^2 - y^2)z + (y^2 - z^2)x = x^2z - y^2z + xy^2 - xz^2 = x^2z - xz^2 + xy^2 + y^2z$

$= xz(x - z) + y^2(x - z) = (x - z)(xz + y^2)$

3. (i) $144a^2 + 24a + 1$

حل: $144a^2 + 24a + 1 = (12a)^2 + 2(12a)(1) + (1)^2 = (12a + 1)^2 = (12a+1)(12a+1)$

(ii) $\frac{a^2}{b^2} - 2 + \frac{b^2}{a^2}$

حل: $\frac{a^2}{b^2} - 2 + \frac{b^2}{a^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 2\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{b}{a}\right) + \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)^2 = \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)\left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a}\right)$

(iii) $(x + y)^2 - 14z(x + y) + 49z^2$

حل: $(x + y)^2 - 14z(x + y) + 49z^2 = (x + y)^2 - 14z(x + y) + 49z^2$

$= (x + y)^2 - 2(x + y)(7z) + (7z)^2$

$= (x + y - 7z)^2 = (x + y - 7z)(x + y - 7z)$

(iv) $12x^2 - 36x + 27$

حل: $12x^2 - 36x + 27 = 3(4x^2 - 12x + 9) = 3[(2x)^2 - 2(2x)(3) + (3)^2]$

$= 3(2x - 3)^2 = 3(2x - 3)(2x - 3)$

4.(i) $3x^2 - 75y^2$

حل: $3x^2 - 75y^2 = 3(x^2 - 25y^2) = 3\left[(x)^2 - (5y)^2\right] = 3(x - 5y)(x + 5y)$

(ii) $x(x - 1) - y(y - 1)$

حل: $x(x - 1) - y(y - 1) = x^2 - x - y^2 + y = x^2 - y^2 - x + y$

$= (x^2 - y^2) - (x - y) = (x - y)(x + y) - (x - y)$

$= (x - y)(x + y - 1)$

(iii) $128am^2 - 242an^2$

حل: $128am^2 - 242an^2 = 2a(64m^2 - 121n^2) = 2a\left[(8m)^2 - (11n)^2\right]$

$= 2a(8m - 11n)(8m + 11n)$

(iv) $3x - 243x^3$

حل: $3x - 243x^3 = 3x(1 - 81x^2) = 3x\left[(1)^2 - (9x)^2\right]$

$= 3x(1-9x)(1+9x)$

5.(i) $x^2 - y^2 - 6y - 9$

حل: $x^2 - y^2 - 6y - 9 = x^2 - [y^2 + 6y + 9] = x^2 - [(y)^2 + 2(y)(3) + (3)^2]$

$= x^2 - (y+3)^2 = [x - (y+3)][x + (y+3)]$

$= (x - y - 3)(x + y + 3)$

(ii) $x^2 - a^2 + 2a - 1$

حل: $x^2 - a^2 + 2a - 1 = x^2 - [a^2 - 2a + 1] = x^2 - [(a)^2 - 2(a)(1) + (1)^2]$

$= x^2 - (a-1)^2 = [x - a + 1][x + (a-1)]$

$= (x - a + 1)(x + a - 1)$

(iii) $4x^2 - y^2 - 2y - 1$

حل: $4x^2 - y^2 - 2y - 1 = 4x^2 - (y^2 + 2y + 1) = (2x)^2 - (y+1)^2$

$= [2x - (y+1)][2x + (y+1)] = (2x - y - 1)(2x + y + 1)$

(iv) $x^2 - y^2 - 4x - 2y + 3$

حل: $x^2 - y^2 - 4x - 2y + 3 = x^2 - 4x + 4 - y^2 - 2y - 1$

$= [(x)^2 - 2(x)(2) + (2)^2] - (y^2 + 2y + 1)$

$= (x-2)^2 - [(y)^2 + 2(y)(1) + (1)^2] = (x-2)^2 - (y+1)^2$

$= [(x-2) - (y+1)][(x-2) + (y+1)]$

$= (x - 2 - y - 1)(x - 2 + y + 1)$

$= (x - y - 3)(x + y - 1)$

(v) $25x^2 - 10x + 1 - 36z^2$

حل: $25x^2 - 10x + 1 - 36z^2 = [(5x)^2 - 2(5x)(1) + (1)^2] - (6z)^2 = (5x-1)^2 - (6z)^2$

$= (5x - 1 - 6z)(5x - 1 + 6z)$

(vi) $x^2 - y^2 - 4xz + 4z^2$

حل: $x^2 - y^2 - 4xz + 4z^2 = [x^2 - 4xz + 4z^2] - y^2$

$= [(x)^2 - 2(x)(2z) + (2z)^2 - (y)^2] = (x-2z)^2 - (y)^2$

$= (x - y - 2z)(x + y - 2z)$

مختلف اقسام کے جملوں کی تجزی کرنا:

1- $a^4 + 4b^4$ یا $a^4 + a^2b^2 + b^4$ کی قسم کے جملے کی تجزی کرنا

2- $x^2 + px + q$ کی قسم کے جملے کی تجزی کرنا

3- $ax^2 + bx + c, a \neq o$ کی قسم کے جملے کی تجزی کرنا

4- درج ذیل اقسام کے جملوں کی تجزی کرنا

$(ax^2 + bx + c)(ax^2 + bx + d) + k$

$(x + a)(x + b)(x + c)(x + d) + k$

$(x + a)(x + b)(x + c)(x + d) + kx^2$

5- $a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ کی قسم کے جملے کی تجزی کرنا

6- $a^3 \pm b^3$ کی قسم کے جملے کی تجزی کرنا

حل مشق 5.2

درج ذیل جملوں کی تجزی کریں۔

1.(i) $x^4 + \frac{1}{x^4} - 3$

حل:

$$x^4 + \frac{1}{x^4} - 3 = x^4 + \frac{1}{x^4} - 2 - 1$$

$$= x^4 - 2 + \frac{1}{x^4} - 1$$

$$= \left[\left(x^2\right)^2 - 2\left(x^2\right)\left(\frac{1}{x^2}\right) + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2\right] - 1$$

$$= \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 - (1)^2$$

$$= \left(x^2 - \frac{1}{x^2} - 1\right)\left(x^2 - \frac{1}{x^2} + 1\right)$$

ii) $3x^4 + 12y^4$

حل:

$$3x^4 + 12y^4 = 3\left(x^4 + 4y^4\right)$$

$$= 3\left[x^4 + 4y^4 + 4x^2y^2 - 4x^2y^2\right]$$

$$= 3\left[\left\{\left(x^2\right)^2 + \left(2y^2\right)^2 + 2\left(x^2\right)\left(2y^2\right)\right\} - 4x^2y^2\right]$$

$$= 3\left[\left(x^2 + 2y^2\right)^2 - (2xy)^2\right]$$

$$= 3\left(x^2 + 2y^2 - 2xy\right)\left(x^2 + 2y^2 + 2xy\right)$$

(iii) $a^4 + 3a^2b^2 + 4b^4$

حل: $a^4 + 3a^2b^2 + 4b^4 = a^4 + 4a^2b^2 + 4b^4 - a^2b^2$

$$= \left[(a^2)^2 + 2(a^2)(2b^2) + (2b^2)^2\right] - (ab)^2$$

$$= (a^2 + 2b^2)^2 - (ab)^2 = (a^2 + 2b^2 + ab)(a^2 + 2b^2 - ab)$$

(iv) $4x^4 + 81$

حل: $4x^4 + 81 = 4x^4 + 81 + 36x^2 - 36x^2$

$$= \left[(2x^2)^2 + (9)^2 + 2(2x^2)(9)\right] - (6x^2)$$

$$= (2x^2 + 9)^2 - (6x)^2 = (2x^2 + 9 + 6x)(2x^2 + 9 - 6x)$$

$$= (2x^2 + 6x + 9)(2x^2 - 6x + 9)$$

(v) $x^4 + x^2 + 25$

حل: $x^4 + x^2 + 25 = x^4 + 25 + x^2$

$$= \left[(x^2)^2 + (5)^2 + 2(x^2)(5)\right] - 10x^2 + x^2$$

$$= (x^2 + 5)^2 - 9x^2 = (x^2 + 5)^2 - (3x)^2$$

$$= (x^2 + 5 + 3x)(x^2 + 5 - 3x) = (x^2 + 3x + 5)(x^2 - 3x + 5)$$

(vi) $x^4 + 4x^2 + 16$

حل: $x^4 + 4x^2 + 16 = x^4 + 16 + 4x^2$

$$= \left[(x^2)^2 + (4)^2 + 2(x^2)(4)\right] - 8x^2 + 4x^2$$

$$= (x^2 + 4)^2 - 4x^2 = (x^2 + 4)^2 - (2x)^2$$

$$= (x^2 + 4 + 2x)(x^2 + 4 - 2x)$$

$$= (x^2 + 2x + 4)(x^2 - 2x + 4)$$

2.(i) $x^2 + 14x + 48$

حل: $x^2 + 14x + 48 = x^2 + 8x + 6x + 48$

$$= x(x + 8) + 6(x + 8) = (x + 8)(x + 6)$$

(ii) $x^2 - 21x + 108$

حل: $x^2 - 21x + 108 = x^2 - 12x - 9x + 108$

$$= x(x - 12) - 9(x - 12) = (x - 12)(x - 9)$$

(iii) $x^2 - 11x - 42$

حل: $x^2 - 11x - 42 = x^2 - 14x + 3x - 42$

$= x(x-14)+3(x-14) = (x-14)(x+3)$

(iv) $x^2 + x - 132$

حل: $x^2 + x - 132 = x^2 + 12x - 11x - 132$

$= x(x+12) - 11(x+12) = (x-11)(x+12)$

3.(i) $4x^2 + 12x + 5$

حل: $4x^2 + 12x + 5 = 4x^2 + 10x + 2x + 5$

$= 2x(2x+5) + 1(2x+5) = (2x+5)(2x+1)$

(ii) $30x^2 + 7x - 15$

حل: $30x^2 + 7x - 15 = 30x^2 + 25x - 18x - 15$

$= 5x(6x+5) - 3(6x+5) = (6x+5)(5x-3)$

(iii) $24x^2 - 65x + 21$

حل: $24x^2 - 65x + 21 = 24x^2 - 56x - 9x + 21$

$= 8x(3x-7) - 3(3x-7) = (8x-3)(3x-7)$

(iv) $5x^2 - 16x - 21$

حل: $5x^2 - 16x - 21 = 5x^2 - 21x + 5x - 21$

$= x(5x-21) + 1(5x-21) = (5x-21)(x+1)$

(v) $4x^2 - 17xy + 4y^2$

حل: $4x^2 - 17xy + 4y^2 = 4x^2 - 16xy - xy + 4y^2$

$= 4x(x-4y) - y(x-4y) = (4x-y)(x-4y)$

(vi) $3x^2 - 38xy - 13y^2$

حل: $3x^2 - 38xy - 13y^2 = 3x^2 - 39xy + xy - 13y^2$

$= 3x(x-13y) + y(x-13y) = (x-13y)(3x+y)$

(vii) $5x^2 + 33xy - 14y^2$

حل: $5x^2 + 33xy - 14y^2 = 5x^2 + 35xy - 2xy - 14y^2$

$= 5x(x+7y) - 2y(x+7y) = (5x-2y)(x+7y)$

(viii) $\left(5x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(5x - \frac{1}{x}\right) + 4, x \neq 0$

حل: $\left(5x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(5x - \frac{1}{x}\right) + 4 = \left(5x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2\left(5x - \frac{1}{x}\right)(2) + (2)^2$

$= \left(5x - \frac{1}{x} + 2\right)^2 = \left(5x - \frac{1}{x} + 2\right)\left(5x - \frac{1}{x} + 2\right)$

4.(i) $(x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) - 3$

حل: $(x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) - 3$

$x^2 + 5x = y$ فرض کیا

$= (y + 4)(y + 6) - 3$ ہمیں حاصل ہوا

$= y^2 + 6y + 4y + 24 - 3$

$= y^2 + 10y + 21 = y^2 + 7y + 3y + 21 = y(y+7) + 3(y+7)$

$= (y+3)(y+7) = (x^2+5x+3)(x^2+5x+7)$ کیونکہ $y = x^2 + 5x$

(ii) $(x^2 - 4x)(x^2 - 4x - 1) - 20$

حل:

$(x^2 - 4x)(x^2 - 4x - 1) - 20$

$x^2 - 4x = y$ فرض کیا

$= (y)(y - 1) - 20$ ہمیں حاصل ہوا

$= y^2 - y - 20$

$= y^2 - 5y + 4y - 20 = y(y-5) + 4(y-5) = (y-5)(y+4)$

$= (x^2 - 5x + x - 5)(x^2 - 2x - 2x + 4)$ کیونکہ $y = x^2 - 4x$

$= [x(x-5) + 1(x-5)][x(x-2) - 2(x-2)]$

$= (x-5)(x+1)(x-2)(x-2)$

$= (x-5)(x+1)(x-2)^2$

(iii) $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 15$

حل:

$(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 15$

$= [(x+2)(x+5)][(x+3)(x+4)] - 15$

$= (x^2 + 5x + 2x + 10)(x^2 + 4x + 3x + 12) - 15$

$= (x^2 + 7x + 10)(x^2 + 7x + 12) - 15$

$x^2 + 7x = y$ فرض کیا

$= (y+10)(y+12) - 15$ ہمیں حاصل ہوا

$= y^2 + 12y + 10y + 120 - 15 = y^2 + 22y + 120 - 15$

$= y^2 + 22y + 105 = y^2 + 15y + 7y + 105 = y(y+15) + 7(y+15)$

$= (y+15)(y+7) = (x^2 + 7x + 15)(x^2 + 7x + 7)$ کیونکہ $y = x^2 + 7x$

(iv) $(x + 4)(x - 5)(x + 6)(x - 7) - 504$

حل:

$(x + 4)(x - 5)(x + 6)(x - 7) - 504$

$= [(x+4)(x-5)][(x+6)(x-7)] - 504$

$= (x^2 - 5x + 4x - 20)(x^2 - 7x + 6x - 42) - 504$

$= (x^2 - x - 20)(x^2 - x - 42) - 504$

$x^2 - x = y$ فرض کیا

$= (y-20)(y-42) - 504$ ہمیں حاصل ہوا

$= y^2 - 42y - 20y + 840 - 504 = y^2 - 62y + 336$

$= y^2 - 56y - 6y + 336 = y(y-56) - 6(y-56) = (y-56)(y-6)$

$= (x^2 - x - 56)(x^2 - x - 6)$ کیونکہ $y = x^2 - x$

$= [x^2 - 8x + 7x - 56][x^2 - 3x + 2x - 6]$

$= [x(x-8) + 7(x-8)][x(x-3) + 2(x-3)]$

$= (x-8)(x+7)(x-3)(x+2)$

(v) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+6) - 3x^2$

حل: $(x+1)(x+2)(x+3)(x+6) - 3x^2$

$= [(x+1)(x+6)][(x+2)(x+3)] - 3x^2$

$= [x^2 + 6x + x + 6)][x^2 + 3x + 2x + 6] - 3x^2$

$= (x^2 + 7x + 6))(x^2 + 5x + 6) - 3x^2$

$= (x^2 + 6 + 7x))(x^2 + 6 + 5x) - 3x^2$

$x^2 + 6 = y$ فرض کیا

$= (y + 7x)(y + 5x) - 3x^2$ ہمیں حاصل ہوا

$= y^2 + 5xy + 7xy + 35x^2 - 3x^2$

$= y^2 + 12xy + 32x^2$

$= y^2 + 8xy + 4xy + 32x^2$

$= y(y + 8x) + 4x(y + 8x)$

$= (y + 8x) - (y + 4x)$

$= (x^2 + 6 + 8x)(x^2 + 6 + 4x)$ کیونکہ $y = x^2 + 6$

$= (x^2 + 8x + 6)(x^2 + 4x + 6)$

5.(i) $x^3 + 48x - 12x^2 - 64$

حل: $x^3 + 48x - 12x^2 - 64 = (x)^3 - 3(x)^2(4) + 3(x)(4)^2 - (4)^3$

$= (x-4)^3$

$= (x-4)(x-4)(x-4)$

(ii) $8x^3 + 60x^2 + 150x + 125$

حل: $8x^3 + 60x^2 + 150x + 125 = (2x)^3 + 3(2x)^2(5) + 3(2x)(5)^2 + (5)^3$

$= (2x+5)^3 = (2x+5)(2x+5)(2x+5)$

(iii) $x^3 - 18x^2 + 108x - 216$

حل: $x^3 - 18x^2 + 108x - 216 = (x)^3 - 3(x)^2(6) + 3(x)(6)^2 - (6)^3$

$= (x-6)^3 = (x-6)(x-6)(x-6)$

(iv) $8x^3 - 125y^3 - 60x^2y + 150xy^2$

حل:

$8x^3 - 125y^3 - 60x^2y + 150xy^2 = (2x)^3 - (5y)^3 - 3(2x)^2(5y) + 3(2x)(5y)^2$

$= (2x-5y)^3$

$= (2x-5y)(2x-5y)(2x-5y)$

6.(i) $27 + 8x^3$

حل:

$27 + 8x^3 = (3)^3 + (2x)^3$

$= (3+2x)\left[(3)^2 - (3)(2x) + (2x)^2\right]$

$= (3+2x)(9-6x+4x^2)$

(ii) $125x^3 - 216y^3$

حل:

$125x^3 - 216y^3 = (5x)^3 - (6y)^3$

$= (5x-6y)\left[(5x)^2 + (5x)(6y) + (6y)^2\right]$

$= (5x-6y)(25x^2 + 30xy + 36y^2)$

(iii) $64x^3 + 27y^3$

حل:

$64x^3 + 27y^3 = (4x)^3 + (3y)^3$

$= (4x+3y)\left[(4x)^2 - (4x)(3y) + (3y)^2\right]$

$= (4x+3y)(16x^2 - 12xy + 9y^2)$

(iv) $8x^3 + 125y^3$

حل:

$8x^3 + 125y^3 = (2x)^3 + (5y)^3$

$= (2x+5y)\left[(2x)^2 - (2x)(5y) + (5y)^2\right]$

$= (2x+5y)(4x^2 - 10xy + 25y^2)$

مسئلہ باقی:

''اگر کسی کثیر رقمی جملے $p(x)$ کو یک درجی جملہ $(x-a)$ پر تقسیم کیا جائے تو $p(a)$ بطور باقی حاصل ہوتا ہے۔''

مسئلہ تجزی:

-1 ''اگر کسی کثیر رقمی $p(x)$ کے لیے $p(a)=0$ ہو تو $(x-a)$ کثیر رقمی کا ایک جزو ضربی ہوتا ہے۔''

-2 ''اس کے برعکس اگر $(x-a)$ کثیر رقمی $p(x)$ کا جزو ضربی ہو تو $p(a)=0$ ہوتا ہے۔''

حل مشق 5.3

-1 مسئلہ باقی کی مدد سے باقی معلوم کیجیے جب

(i) $3x^3 - 10x^2 + 13x - 6$ کو $(x-2)$ پر تقسیم کیا جائے۔

حل: فرض کیا $p(x) = 3x^3 - 10x^2 + 13x - 6$

مسئلہ باقی کی رُو سے

$$R = p(2) = 3(2)^3 - 10(2)^2 + 13(2) - 6$$
$$= 3(8) - 10(4) + 26 - 6 = 24 - 40 + 26 - 6 = 50 - 46 = 4$$

(ii) $4x^3 - 4x + 3$ کو $(2x-1)$ پر تقسیم کیا جائے۔

حل: فرض کیا $p(x) = 4x^3 - 4x + 3$

مسئلہ باقی کی رُو سے

$$R = p\left(\frac{1}{2}\right) = 4\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 4\left(\frac{1}{2}\right) + 3$$
$$= 4\left(\frac{1}{8}\right) - 4\left(\frac{1}{2}\right) + 3 = \frac{1}{2} - 2 + 3 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$$

(iii) $6x^4 + 2x^3 - x + 2$ کو $(x+2)$ پر تقسیم کیا جائے۔

حل: فرض کیا $p(x) = 6x^4 + 2x^3 - x + 2$

مسئلہ باقی کی رُو سے

$$R = p(-2) = 6(-2)^4 + 2(-2)^3 - (-2) + 2$$
$$= 6(16) + 2(-8) + 2 + 2$$
$$= 96 - 16 + 2 + 2 = 100 - 16 = 84$$

(iv) $(2x-1)^3 + 6(3+4x)^2 - 10$ کو $(2x+1)$ پر تقسیم کیا جائے۔

حل: فرض کیا $p(x) = (2x-1)^3 + 6(3+4x)^2 - 10$

مسئلہ باقی کی رُو سے

$$R = p\left(\frac{-1}{2}\right) = \left(2\left(\frac{-1}{2}\right) - 1\right)^3 + 6\left(3 + 4\left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2 - 10$$
$$= (-1-1)^3 + 6(3 + 2(-1))^2 - 10$$
$$= (-2)^3 + 6(3-2)^2 - 10 = -8 + 6(1)^2 - 10 = -8 + 6 - 10 = 6 - 18 = -12$$

(v) $x^3 - 3x^2 + 4x - 14$ کو $(x+2)$ پر تقسیم کیا جائے۔

حل: فرض کیا $p(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 14$

مسئلہ باقی کی رُو سے

$$R = p(-2) = (-2)^3 - 3(-2)^2 + 4(-2) - 14$$

$= -8 - 3(4) - 8 - 14 = -8 - 12 - 8 - 14 = -42$

2-(i) اگر $(x+2)$ کثیر رقمی $3x^2 - 4kx - 4k^2$ کا جزوضربی ہو تو k کی قیمتیں معلوم کریں۔

حل: فرض کیا

$p(x) = 3x^2 - 4kx - 4k^2$

مسئلہ باقی کی رُو سے

$p(-2) = 3(-2)^2 - 4k(-2) - 4k^2$

$= 3(4) + 8k - 4k^2 = 12 + 8k - 4k^2$

دی گئی شرط کے مطابق

$p(-2) = 0$

$12 + 8k - 4k^2 = 0$

$-4k^2 + 8k + 12 = 0$

$-4(k^2 - 2k - 3) = 0$

$\Rightarrow \quad k^2 - 2k - 3 = 0$

$k^2 - 3k + k - 3 = 0$

$k(k-3) + 1(k-3) = 0$

$\Rightarrow \quad k - 3 = 0$ یا $k + 1 = 0$

$k = 3 \qquad k = -1$

(ii) اگر $(x-1)$ کثیر رقمی $x^3 - kx^2 + 11x - 6$ کا جزوضربی ہو تو k کی قیمت معلوم کریں۔

حل: فرض کیا

$p(x) = x^3 - kx^2 + 11x - 6$

مسئلہ باقی کی رُو سے

$p(1) = (1)^3 - k(1)^2 + 11(1) - 6$

$= 1 - k + 11 - 6 = 6 - k$

دی گئی شرط کے مطابق

$p(1) = 0 \quad \Rightarrow \quad 6 - k = 0$

$-k = -6 \quad \Rightarrow \quad k = 6$

-3 تقسیم کا عمل کیے بغیر تعین کریں کہ

(i) $(x-2)$ اور $(x-3)$ کثیر رقمی $p(x) = x^3 - 12x^2 + 44x - 48$ کے اجزائے ضربی ہیں یا نہیں؟

حل:

$p(x) = x^3 - 12x^2 + 44x - 48$

$x - 2$ کے لیے حاصل ہونے والا باقی ہے

$p(2) = (2)^3 - 12(2)^2 + 44(2) - 48$

$= 8 - 12(4) + 88 - 48 = 8 - 48 + 88 - 48 = 96 - 96 = 0$

مسئلہ تجزی کی رُو سے $x - 2$ کثیر رقتی $P(x)$ کا جزوضربی ہے۔

دوبارہ فرض کیا

$p(x) = x^3 - 12x^2 + 44x - 48$

$x - 3$ کے لیے باقی ہے

$p(3) = (3)^3 - 12(3)^2 + 44(3) - 48$

$= 27 - 12(9) + 132 - 48 = 27 - 108 + 132 - 48 = 159 - 156 = 3 \neq 0$

مسئلہ تجزی کی رُو سے $x - 3$ کثیر رقتی $P(x)$ کا جزوضربی نہیں ہے۔

(ii) $(x - 2)$، $(x + 3)$ اور $(x - 4)$ کثیر رقتی $q(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ کے اجزائے ضربی ہیں یا نہیں؟

حل:

$q(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

$(x - 2)$ کے لیے حاصل ہونے والا باقی

$q(2) = (2)^3 + 2(2)^2 - 5(2) - 6$

$= 8 + 2(4) - 10 - 6 \quad = 8 + 8 - 16$

$= 16 - 16 \quad = 0$

لہٰذا مسئلہ تجزی کی رو سے $(x - 2)$ کثیر رقتی $q(x)$ کا جزوضربی ہے۔

$(x + 3)$ کے لیے حاصل ہونے والا باقی

$q(-3) \quad = (-3)^3 + 2(-3)^2 - 5(-3) - 6$

$= -27 + 2(9) + 15 - 6 \quad = -27 + 18 + 15 - 6$

$= 33 - 33 \quad = 0$

لہٰذا مسئلہ تجزی کی رو سے $(x + 3)$ کثیر رقتی $q(x)$ کا جزوضربی ہے۔

$(x - 4)$ کے لیے حاصل ہونے والا باقی

$q(4) = (4)^3 + 2(4)^2 - 5(4) - 6$

$= 64 + 2(16) - 20 - 6 \quad = 64 + 32 - 26$

$= 96 - 26 \quad = 70 \neq 0$

لہٰذا مسئلہ تجزی کی رو سے $(x - 4)$ کثیر رقتی $q(x)$ کا جزوضربی نہیں ہے۔

4- معلوم کیجیے کہ m کی کس قیمت کے لیے $x + 2$ کثیر رقتی $p(x) = 4x^3 - 7x^2 + 6x - 3m$ کو پورا پورا تقسیم کر سکتا ہے؟

حل:

$p(x) = 4x^3 - 7x^2 + 6x - 3m$

مسئلہ باقی کی رُو سے جب $p(x)$، $x + 2 = x - (-2)$ پر قابل تقسیم ہے تو باقی

$p(-2) = 4(-2)^3 - 7(-2)^2 + 6(-2) - 3m = 4(-8) - 7(4) - 12 - 3m$

$= -32 - 28 - 12 - 3m = -72 - 3m$

دی گئی شرط کے مطابق

$p(-2) = 0 \Rightarrow -72 - 3m = 0$

$-3m = 72 \Rightarrow m = \frac{72}{-3} \Rightarrow m = -24$

-5 k کی کس قیمت کے لیے کثیر رقمیوں $p(x) = kx^3 + 4x^2 + 3x - 4$ اور $q(x) = x^3 - 4x + k$ کو $(x-3)$ پر تقسیم کرنے سے یکساں باقی بچے گا۔

حل:

$p(x) = kx^3 + 4x^2 + 3x - 4$

مسئلہ باقی کی رو سے جب $p(x)$, $x - 3$ پر قابل تقسیم ہے۔ تو باقی

$$p(3) = k(3)^3 + 4(3)^2 + 3(3) - 4$$
$$= k(27) + 4(9) + 9 - 4$$
$$= 27k + 36 + 9 - 4$$
$$= 27k + 41$$

$q(x) = x^3 - 4x + k$

مسئلہ باقی کی رو سے، جب $q(x)$, $(x - 3)$ پر قابل تقسیم ہے تو باقی

$$q(3) = (3)^3 - 4(3) + k$$
$$= 27 - 12 + k$$
$$= 15 + k$$

دی گئی شرط کے مطابق

$$p(3) = q(3)$$
$$27k + 41 = 15 + k$$
$$27k - k = 15 - 41$$
$$26k = -26$$
$$\Rightarrow k = -1$$

-6 کثیر رقمی $p(x) = x^3 + ax^2 + 7$ کو $(x + 1)$ پر تقسیم کرنے سے $2b$ باقی بچتا ہے۔ اگر اس کثیر رقمی کو $(x - 2)$ پر تقسیم کرنے سے $(b + 5)$ باقی بچے تو a اور b کی قیمت معلوم کریں۔

حل:

$p(x) = x^3 + ax^2 + 7$ by $(x + 1)$

مسئلہ باقی کی رُو سے جب $p(x)$، $x + 1 = x - (-1)$ سے قابل تقسیم ہے تو باقی $2b$ ہے۔

$$p(-1) = 2b$$
$$(-1)^3 + a(-1)^2 + 7 = 2b$$
$$-1 + a + 7 = 2b$$
$$a + 6 = 2b$$
$$a = 2b - 6 \quad \text{______} \quad (1)$$

مسئلہ باقی کی رُو سے جب $p(x)$, $x - 2$ سے قابل تقسیم ہے تو باقی $b + 5$ ہے۔

$$p(2) = b + 5$$
$$(2)^3 + a(2)^2 + 7 = b + 5$$
$$8 + 4a + 7 = b + 5$$
$$4a + 15 = b + 5$$
$$4a = b + 5 - 15$$
$$4a = b - 10$$
$$a = \frac{1}{4}(b - 10) ______ (2)$$

مساوات نمبر (1) اور (2) کا موازنہ کرنے سے

$$2b - 6 = \frac{1}{4}(b - 10)$$
$$4(2b - 6) = b - 10$$
$$8b - 24 = b - 10$$
$$7b = 14$$
$$b = \frac{14}{7} = 2$$

$b = 2$ مساوات نمبر (1) میں درج کرنے سے

$$a = 2(2) - 6 = 4 - 6 = -2$$

پس $a = -2,\ b = 2$

-7 $(x + 4)$ کثیر رقمی $x^3 + lx^2 + mx + 24$ کا جزو ضربی ہے۔ اگر اس کثیر رقمی کو $(x - 2)$ پر تقسیم کیا جائے تو باقی 36 بچتا ہے۔ l اور m کی قیمتیں معلوم کریں۔

حل: فرض کیا

$$p(x) = x^3 + lx^2 + mx + 24$$

مسئلہ باقی کی رُو سے جب $p(x)$ ' $x + 4$ پر قابل تقسیم ہے اور باقی '0' ہے۔

$$p(-4) = 0$$
$$(-4)^3 + \ell(-4)^2 + m(-4) + 24 = 0$$
$$-64 + 16\ell - 4m + 24 = 0$$
$$16\ell - 4m - 40 = 0$$
$$4(4\ell - m - 10) = 0$$
$$\Rightarrow \quad 4\ell - m - 10 = 0$$
$$4\ell - m = 10 ______ (i)$$

مسئلہ باقی کی رُو سے جب $p(x)$, $x - 2$ پر قابل تقسیم ہے۔ باقی '36' ہے۔

$$p(2) = 36$$

$$(2)^3 + \ell(2)^2 + m(2) + 24 = 36$$
$$8 + 4\ell + 2m + 24 = 36$$
$$4\ell + 2m + 32 = 36$$
$$4\ell + 2m = 36 - 32$$
$$4\ell + 2m = 4$$
$$2(2\ell + m) = 4$$
$$\Rightarrow \quad 2\ell + m = 2 \quad \text{______ (ii)}$$

مساوات نمبر (i) اور (ii) کو جمع کرنے سے

$$4\ell - m = 10$$
$$2\ell + m = 2$$
$$6\ell = 12$$
$$\ell = 2$$

$l = 2$ کو مساوات نمبر (ii) میں درج کرنے سے

$$2(2) + m = 2$$
$$4 + m = 2$$
$$m = 2 - 4$$
$$m = -2$$

-8 کثیر رقمی $lx^3 + mx^2 - 4$ کو $(x - 1)$ اور $(x + 2)$ پر تقسیم کرنے سے بالترتیب 3– اور 12 بطور باقی بچیں تو l اور m کی قیمتیں معلوم کریں۔

حل: فرض کیا $p(x) = lx^3 + mx^2 - 4$

مسئلہ باقی کی رُو سے جب $p(x)$, $x - 1$ سے قابل تقسیم ہے اور باقی 3 ہے۔

$$p(1) = -3$$
$$\ell(1)^3 + m(1)^2 - 4 = -3$$
$$\ell + m - 4 = -3$$
$$\ell + m = 4 - 3$$
$$\ell + m = 1 \quad \text{______ (i)}$$

مسئلہ تجزی کی رو سے جب $p(x)$ $x + 2 = x - (-2)$, سے قابل تقسیم ہے اور باقی 12 ہے۔

$$p(-2) = 12$$
$$\ell(-2)^3 + m(-2)^2 - 4 = 12$$
$$\ell(-8) + m(4) - 4 = 12$$
$$-8\ell + 4m - 4 = 12$$
$$-8\ell + 4m = 12 + 4$$
$$-8\ell + 4m = 16$$

$4(-2\ell + m) = 16$

$\Rightarrow -2\ell + m = 4$ ______ (ii)

مساوات نمبر (ii) کو (i) سے تفریق کرنے سے

$$\ell + m = 1$$
$$\mp 2\ell \pm m = \pm 4$$
$$3\ell = -3$$
$$\ell = -1$$

$\ell = -1$ کو مساوات نمبر (i) میں درج کرنے سے

$-1 + m = 1$

$m = 1 + 1 = 2$

$m = 2$

9- کثیر رقمی $ax^3 - 9x^2 + bx + 3a$ جملہ $x^2 - 5x + 6$ پر پورا پورا تقسیم ہوتا ہے۔ a اور b کی قیمتیں معلوم کریں۔

حل: فرض کیا $p(x) = ax^3 - 9x^2 + bx + 3a$

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$

$x(x-3) - 2(x-3) = 0$

$(x-3)(x-2) = 0$

$x - 3 = 0$ یا $x - 2 = 0$

مسئلہ باقی کی رو سے، جب $p(x)$, $x - 3$ پر قابل تقسیم ہے، باقی '0' ہے۔

$p(3) = 0$

$a(3)^3 - 9(3)^2 + b(3) + 3a = 0$

$27a - 81 + 3b + 3a = 0$

$30a + 3b = 81$ ______ (i)

مسئلہ باقی کی رُو سے، جب $p(x)$, $x - 2$ پر قابل تقسیم ہے، باقی '0' ہے۔

$p(2) = 0$

$a(2)^3 - 9(2)^2 + b(2) + 3a = 0$

$8a - 36 + 2b + 3a = 0$

$11a + 2b = 36$ ______ (ii)

مساوات نمبر (i) کو '2' اور مساوات نمبر (ii) کو '3' سے ضرب دے کر مساوات نمبر (ii) کو مساوات نمبر (i) سے تفریق کرنے سے

$$60a + 6b = 162$$
$$\pm 33a \pm 6b = \pm 108$$
$$27a = 54$$
$$a = 2$$

b = 2 کی قیمت کو مساوات نمبر (i) میں درج کرنے سے

$$30(2)+3b=81$$
$$60+3b=81$$
$$3b=81-60$$
$$3b=21$$
$$b=7$$

حل مشق 5.4

مسئلہ تجزی کی مدد سے درج ذیل تین درجی کثیر رقمی جملوں کی تجزی کیجیے۔

1. x^3-2x^2-x+2

حل: $p(x)= x^3-2x^2-x+2$ ________ (i)

فرض کیا $x=1$

چنانچہ مساوات نمبر (i) بن جاتی ہے۔

$$p(1)=(1)^3-2(1)^2-(1)+2=1-2-1+2=3-3=0$$

کیونکہ $x=1$، $p(x)$ کا زیرو ہے، اس لیے $x-1$، $p(x)$ کا جز وضربی ہے۔

اب دوبارہ فرض کیا $x=2$

چنانچہ مساوات نمبر (i) بن جاتی ہے۔

$$p(2)=(2)^3-2(2)^2-(2)+2$$
$$=8-2(4)-2+2=8-8-2+2=10-10=0$$

پس $x-2$ بھی $p(x)$ کا جز وضربی ہے۔

اب دوبارہ فرض کیا $x=-1$

چنانچہ مساوات نمبر (i) بن جاتی ہے۔

$$p(1)=(-1)^3-2(-1)^2-(-1)+2$$
$$=-1-2(1)+1+2=-1-2+1+2=3-3=0$$

پس $(x-(-1))=x+1$، $p(x)$ کا تیسرا جز وضربی ہے۔

پس تجزی کی شکل میں $p(x)=x^3-2x^2-x+2$

$$=(x+1)(x-1)(x-2)$$

اسی طرح کثیر رقمی $p(x)$ کی تجزی ہے۔ $(x+1)(x-1)(x-2)$

2. $x^3-x^2-22x+40$

حل: $p(x)=x^3-x^2-22x+40$ ________ (i)

فرض کیا $x=4$

چنانچہ مساوات (i) بن جاتی ہے۔

اب

$$p(4) = (4)^3 - (4)^2 - 22(4) + 40$$
$$= 64 - 16 - 88 + 40 = 104 - 104 = 0$$

کیونکہ $x = 4$ ، $p(x)$ کا زیرو ہے۔ اس لیے $x - 4$ ، $p(x)$ کا جز وضربی ہے۔

اب دوبارہ فرض کیا $x = 2$

چنانچہ مساوات نمبر (i) بن جاتی ہے۔

$$p(2) = (2)^3 - (2)^2 - 22(2) + 40$$
$$= 8 - 4 - 44 + 40 = 48 - 48 = 0$$

پس $x - 2$ بھی $p(x)$ کا جز وضربی ہے۔

اب دوبارہ فرض کیا $x = -5$

$$p(5) = (-5)^3 - (-5)^2 - 22(-5) + 40$$
$$= -125 - 25 + 110 + 40 = -150 + 150 = 0$$

پس $(x - (-5)) = x + 5$ کثیر رقمی $p(x)$ کا تیسرا جز وضربی ہے۔

پس تجزی کی شکل میں $p(x) = x^3 - x^2 - 22x + 40$

$= (x+5)(x-2)(x-4)$

اس طرح کثیر رقمی $p(x)$ کی تجزی ہے $(x+5)(x-2)(x-4)$

3. $x^3 - 6x^2 + 3x + 10$

حل: $p(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$ ________ (i)

فرض کیا $x = -1$

چنانچہ مساوات (i) بن جاتی ہے۔

اب

$$p(-1) = (-1)^3 - 6(-1)^2 + 3(-1) + 10$$
$$= -1 - 6 - 3 + 10 = -10 + 10 = 0$$

کیونکہ $(x - (-1)) = x + 1$ کثیر رقمی $p(x)$ کا زیرو ہے اور اس طرح $x + 1$ ، $P(x)$ کا جز وضربی ہے۔

اب دوبارہ فرض کیا $x = 2$

چنانچہ مساوات نمبر (i) بن جاتی ہے۔

اب

$$p(2) = (2)^3 - 6(2)^2 + 3(2) + 10$$
$$= 8 - 6(4) + 6 + 10 = 8 - 24 + 6 + 10 = 24 - 24 = 0$$

پس $x - 2$ بھی $p(x)$ کا جز وضربی ہے۔

اب دوبارہ فرض کیا $x = 5$

چنانچہ مساوات نمبر (i) بن جاتی ہے

اب

$$p(5) = (5)^3 - 6(5)^2 + 3(5) + 10$$

$= 125 - 6(25) + 15 + 10 = 125 - 150 + 15 + 10 = 150 - 150 = 0$

پس $(x - 5)$ کثیر رقمی $p(x)$ کا تیسرا جز وضربی ہے۔

پس تجزی کی شکل میں $p(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$

$= (x+1)(x-2)(x-5)$

اس طرح کثیر رقمی $p(x)$ کی تجزی ہے $(x+1)(x-2)(x-5)$

4. $\mathbf{x^3 + x^2 - 10x + 8}$

حل:

$p(x) = x^3 + x^2\ 10x + 8$ ______ (i)

فرض کیا $x = 1$

چنانچہ مساوات (i) بن جاتی ہے۔

اب

$p(1) = (1)^3 + (1)^2 - 10(1) + 8$

$= 1 + 1 - 10 + 8 = 10 - 10 = 0$

کیونکہ $x = 1$ کثیر رقمی $P(x)$ کا زیرو ہے اور اس لیے $x - 1$ کثیر رقمی $P(x)$ کا جز وضربی ہے

اب دوبارہ فرض کیا $x = 2$

چنانچہ مساوات نمبر (i) بن جاتا ہے۔

اب

$p(2) = (+2)^3 + (+2)^2 - 10(+2) + 8$

$= +8 + 4 - 20 + 8 = 20 - 20 = 0$

پس $x - 2$، کثیر رقمی $p(x)$ کا جز وضربی ہے

اب دوبارہ فرض کیا $x = -4$

چنانچہ مساوات نمبر (i) بن جاتی ہے

$p(-4) = (-4)^3 + (-4)^2 - 10(-4) + 8$

$= -64 + 16 + 40 + 8$

$= 48 - 48 = 0$

پس $(x - (-4)) = (x + 4)$ کثیر رقمی $p(x)$ کا تیسرا جز وضربی ہے

پس تجزی کی شکل میں $p(x) = x^3 + x^2 - 10x + 8$

$= (x-1)(x-2)(x+4)$

اس طرح کثیر رقمی $p(x)$ کی تجزی ہے۔ $(x-1)(x-2)(x+4)$

5. $\mathbf{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}$

حل:

$p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ ______ (i)

فرض کیا $x = -2$

چنانچہ مساوات نمبر (i) بن جاتی ہے

اب

$p(-2) = (-2)^3 - 2(-2)^2 - 5(-2) + 6$

$= -8 - 2(4) + 10 + 6 = -8 - 8 + 10 + 6 = -16 + 16 = 0$

کیونکہ $x = -2$ کثیر رقمی p(x) کا زیرو ہے اور اس لیے $x + 2$، p(x) کا جزو ضربی ہے۔

اب دوبارہ فرض کیا $x = 1$

چنانچہ مساوات نمبر (i) بن جاتی ہے۔

$$p(1) = (1)^3 - 2(1)^2 - 5(1) + 6$$
$$= 1 - 2 - 5 + 6 = 7 - 7 = 0$$

پس $x - 1$ بھی کثیر رقمی p(x) کا جزو ضربی ہے

اب دوبارہ فرض کیا $x = 3$

چنانچہ مساوات نمبر (i) بن جاتی ہے۔

$$p(3) = (3)^3 - 2(3)^2 - 5(3) + 6$$
$$= 27 - 2(9) - 15 + 6 = 27 - 18 - 15 + 6 = 33 - 33 = 0$$

پس $x - 3$ کثیر رقمی p(x) کا تیسرا جزو ضربی ہے

پس تجزی کی شکل میں $p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

$$= (x+2)(x-1)(x-3)$$

اس طرح کثیر رقمی p(x) کی تجزی ہے۔ $(x+2)(x-1)(x-3)$

6. $x^3 + 5x^2 - 2x - 24$

حل: $p(x) = x^3 + 5x^2 - 2x - 24$ ________ (i)

فرض کیا $x = -4$

چنانچہ مساوات نمبر (i) بن جاتی ہے

$$p(-4) = (-4)^3 + 5(-4)^2 - 2(-4) - 24$$
$$= -64 + 5(16) + 8 - 24 = -64 + 80 + 8 - 24 = 88 - 88 = 0$$

کیونکہ $x = -4$ کثیر رقمی p(x) کا زیرو ہے اور $x + 4$ کثیر رقمی p(x) کا جزو ضربی ہے۔

اب دوبارہ فرض کیا $x = -3$

چنانچہ مساوات نمبر (i) بن جاتی ہے۔

اب

$$p(-3) = (-3)^3 + 5(-3)^2 - 2(-3) - 24$$
$$= -27 + 5(9) + 6 - 24 = -27 + 45 + 6 - 24 = 51 - 51 = 0$$

پس $(x - (-3)) = x + 3$ بھی کثیر رقمی p(x) کا جزو ضربی ہے

اب دوبارہ فرض کیا $x = 2$

$$p(2) = (2)^3 + 5(2)^2 - 2(2) - 24$$
$$= 8 + 5(4) - 4 - 24 = 8 + 20 - 4 - 24 = 28 - 28 = 0$$

پس $x - 2$، کثیر رقمی p(x) کا تیسرا جزو ضربی ہے۔

پس تجزی کی شکل میں $p(x) = x^3 + 5x^2 - 2x - 24$

$=(x+4)(x+3)(x-2)$

اس طرح کثیر رقمی p(x) کی تجزی ہے۔ $(x+4)(x+3)(x-2)$

7. $3x^3 - x^2 - 12x + 4$

حل:

$p(x) = 3x^3 - x^2 - 12x + 4$ ________ (i)

فرض کیا $x = 2$

چنانچہ مساوات نمبر (i) بن جاتی ہے

اب

$$p(2) = 3(2)^3 - (2)^2 - 12(2) + 4$$
$$= 3(8) - 4 - 24 + 4 = 24 - 4 - 24 + 4 = 28 - 28 = 0$$

کیونکہ $x = 2$ کثیر رقمی p(x) کا زیرو ہے اور اس لیے $x - 2$، p(x) کا جزو ضربی ہے

اب دوبارہ فرض کیا $x = -2$

چنانچہ مساوات نمبر (i) بن جاتی ہے۔

$$p(-2) = 3(-2)^3 - (-2)^2 - 12(-2) + 4$$
$$= 3(-8) - 4 + 24 + 4 = -24 - 4 + 24 + 4 = -28 + 28 = 0$$

پس $x - (-2) = x + 2$ بھی کثیر رقمی p(x) کا جزو ضربی ہے

اب دوبارہ فرض کیا $x = \frac{1}{3}$

چنانچہ مساوات نمبر (i) بن جاتی ہے۔

$$p\left(\frac{1}{3}\right) = 3\left(\frac{1}{3}\right)^3 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 12\left(\frac{1}{3}\right) + 4$$
$$= 3\left(\frac{1}{27}\right) - \frac{1}{9} - 4 + 4 = \frac{1}{9} - \frac{1}{9} - 4 + 4 = 0$$

پس $(3x - 1)$ کثیر رقمی p(x) کا تیسرا جزو ضربی ہے

پس تجزی کی شکل میں $p(x) = 3x^3 - x^2 - 12x + 4$

$=(x-2)(x+2)(3x-1)$

اس طرح کثیر رقمی p(x) کی تجزی ہے۔ $(x-2)(x+2)(3x-1)$

8. $2x^3 + x^2 - 2x - 1$

حل:

$p(x) = 2x^3 + x^2 - 2x - 1$ ________ (i)

فرض کیا $x = -1$

چنانچہ مساوات نمبر (i) بن جاتی ہے

$$p(-1) = 2(-1)^3 + (-1)^2 - 2(-1) - 1$$
$$= 2(-1) + 1 + 2 - 1 = -2 + 1 + 2 - 1 = 3 - 3 = 0$$

کیونکہ $x = -1$ کثیر رقمی p(x) کا زیرو ہے اور اس لیے $x - (-1) = x + 1$، p(x) کا جزو ضربی ہے

اب دوبارہ فرض کیا $x = 1$

چنانچہ مساوات نمبر (i) بن جاتی ہے

اب

$$p(1) = 2(1)^3 + (1)^2 - 2(1) - 1$$
$$= 2 + 1 - 2 - 1 = 3 - 3 = 0$$

پس $(x - 1)$ بھی کثیر رقمی $p(x)$ کا جزو ضربی ہے

اب دوبارہ فرض کیا $x = -\frac{1}{2}$

چنانچہ مساوات نمبر (i) بن جاتی ہے

اب

$$p\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 2\left(-\frac{1}{2}\right) - 1$$
$$= 2\left(-\frac{1}{8}\right) + \frac{1}{4} + 1 - 1 = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 1 - 1 = 0$$

پس $(2x + 1)$ کثیر رقمی $p(x)$ کا تیسرا جزو ضربی ہے

پس تجزی کی شکل میں $p(x) = 2x^3 + x^2 - 2x - 1$

$$= (x-1)(x+1)(2x+1)$$

اس طرح کثیر رقمی $p(x)$ کی تجزی ہے۔ $(x-1)(x+1)(2x+1)$

حل اعادہ مشق 5

-1 دیے ہوئے جوابات میں سے درست جواب کا انتخاب کیجیے۔

(i) $x^2 - 5x + 6$ کے اجزائے ضربی .... ہیں۔

(a) $x + 1, x - 6$ (b) $x - 2, x - 3$ (c) $x + 6, x - 1$ (d) $x + 2, x + 3$

(ii) $8x^3 + 27y^3$ کے اجزائے ضربی .... ہیں۔

(a) $(2x + 3y), (4x^2 + 9y^2)$ (b) $(2x - 3y), (4x^2 - 9y^2)$

(c) $(2x + 3y), (4x^2 - 6xy + 9y^2)$ (d) $(2x - 3y), (4x^2 + 6xy + 9y^2)$

(iii) $3x^2 - x - 2$ کے اجزائے ضربی .... ہیں۔

(a) $(x + 1), (3x - 2)$ (b) $(x + 1), (3x + 2)$

(c) $(x - 1), (3x - 2)$ (d) $(x - 1), (3x + 2)$

(iv) $a^4 - 4b^4$ کے اجزائے ضربی .... ہیں۔

(a) $(a - b), (a + b), (a^2 + 4b^2)$ (b) $(a^2 - 2b^2), (a^2 + 2b^2)$

(c) $(a - b), (a + b), (a^2 - 4b^2)$ (d) $(a - 2b), (a^2 + 2b^2)$

(v) $9a^2 - 12ab$ کو کامل مربع بنانے کے لیے اس میں کیا جمع کریں گے؟ ....

(a) $-16b^2$ (b) $16b^2$ (c) $4b^2$ (d) $-4b^2$

(vi) m کی کس قیمت کے لیے $x^2 + 4x + m$ کامل مربع بن جائے گا؟ ....

(a) 8 (b) -8 (c) 4 (d) 16

(vii) $5x^2 - 17xy - 12y^2$ کے اجزائے ضربی .... ہیں۔

(a) $(x + 4y),(5x + 3y)$ (b) $(x - 4y),(5x - 3y)$

(c) $(x - 4y),(5x + 3y)$ (d) $(5x - 4y),(x + 3y)$

(viii) $27x^3 - \frac{1}{x^3}$ کے اجزائے ضربی .... ہیں۔

(a) $\left(3x - \frac{1}{x}\right),\left(9x^2 + 3 + \frac{1}{x^2}\right)$ (b) $\left(3x + \frac{1}{x}\right),\left(9x^2 + 3 + \frac{1}{x^2}\right)$

(c) $\left(3x - \frac{1}{x}\right)\left(9x^2 - 3 + \frac{1}{x^2}\right)$ (d) $\left(3x + \frac{1}{x}\right),\left(9x^2 - 3 + \frac{1}{x^2}\right)$

جوابات: (i) b (ii) c (iii) d (iv) b (v) c

(vi) c (vii) c (viii) a

-2 تکمیلی سوالات۔ خالی جگہ اس طرح پُر کیجیے کہ بیان درست ہو۔

(i) $x^2 + 5x + 6 =$ ____________

(ii) $4a^2 - 16 =$ ____________

(iii) ایک کامل مربع ہے $4a^2 + 4ab +$ __________

(iv) $\frac{x^2}{y^2} - 2 + \frac{y^2}{x^2} =$ ____________

(v) $(x + y)(x^2 - xy + y^2) =$ ____________

(vi) کی تجزی $x^4 - 16 =$ ____________

(vii) اگر $(x - 2)$ کثیررقمی $p(x) = x^2 + 2kx + 8$ کا جزوضربی ہو تو $k =$ ____________

جوابات: (i) $(x+2)(x+3)$ (ii) $4(a-2)(a+2)$ (iii) b^2 (iv) $\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)^2$

(v) $x^3 + y^3$ (vi) $(x-2)(x+2)(x^2+4)$ (vii) -3

-3 مندرجہ ذیل جملوں کی تجزی کیجیے۔

(i) $x^2 + 8x + 16 - 4y^2$

حل:

$$x^2 + 8x + 16 - 4y^2 = \left[(x)^2 + 2(x)(4) + (4)^2\right] - (2y)^2$$
$$= (x+4)^2 - (2y)^2$$
$$= (x + 4 + 2y)(x + 4 - 2y)$$
$$= (x + 2y + 4)(x - 2y + 4)$$

(ii) $4x^2 - 16y^2$

حل:

$$4x^2 - 16y^2 = 4\left[x^2 - 4y^2\right]$$
$$= 4\left[(x)^2 - (2y)^2\right] = 4(x-2y)(x+2y)$$

(iii) $9x^2 + 27x + 8$

حل:

$$9x^2 + 27x + 8 = 9x^2 + 24x + 3x + 8$$
$$= 3x(3x+8) + 1(3x+8) = (3x+8)(3x+1)$$

(iv) $1 - 64z^3$

حل:

$$1 - 64z^3 = (1)^3 - (4z)^3$$
$$= (1-4z)\left[(1)^2 + (1)(4z) + (4z)^2\right] = (1-4z)(1+4z+16z^2)$$

(v) $8x^3 - \frac{1}{27y^3}$

حل:

$$8x^3 - \frac{1}{27y^3} = (2x)^3 - \left(\frac{1}{3y}\right)^3$$
$$= \left(2x - \frac{1}{3y}\right)\left[(2x)^2 + (2x)\left(\frac{1}{3y}\right) + \left(\frac{1}{3y}\right)^2\right]$$
$$= \left(2x - \frac{1}{3y}\right)\left(4x^2 + \frac{2x}{3y} + \frac{1}{9y^2}\right)$$

(vi) $2y^2 + 5y - 3$

حل:

$$2y^2 + 5y - 3 = 2y^2 + 6y - y - 3$$
$$= 2y(y+3) - 1(y+3) = (y+3)(2y-1)$$

(vii) $x^3 + x^2 - 4x - 4$

حل:

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = x^3 - 4x + x^2 - 4$$
$$= x(x^2-4) + 1(x^2-4) = (x+1)(x^2-4)$$
$$= (x+1)\left[(x)^2 - (2)^2\right]$$
$$= (x+1)(x+2)(x-2)$$

(viii) $25m^2n^2 + 10mn + 1$

حل:

$$25m^2n^2 + 10mn + 1 = 25m^2n^2 + 5mn + 5mn + 1$$
$$= 5mn(5mn+1) + 1(5mn+1)$$
$$= (5mn+1)(5mn+1)$$

(ix) $1 - 12pq + 36p^2q^2$

حل:

$$1 - 12pq + 36p^2q^2 = (1)^2 - 2(1)(6pq) + (6pq)^2$$
$$= (1 - 6pq)^2 = (1 - 6pq)(1 - 6pq)$$

خلاصہ

☆ اگر کسی کثیر رقمی جملے کو کچھ دوسرے کثیر رقمی جملوں کے حاصل ضرب کے طور پر لکھا جائے تو ان جملوں میں سے ہر ایک کو دیے گئے جملے کا جزو ضربی کہتے ہیں۔

☆ کسی الجبری جملے کو اس کے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھنے کے عمل کو تجزی کہتے ہیں۔

ہم نے مندرجہ ذیل قسم کے جملوں کی تجزی کرنا سیکھا۔

☆ $ka + kb + kc$

☆ $ac + ad + bc + bd$

☆ $a^2 \pm 2ab + b^2$

☆ $a^2 - b^2$

☆ $(a^2 \pm 2ab + b^2) - c^2$

☆ $a^4 + a^2b^2 + b^4$ یا $a^4 + 4b^4$

☆ $x^2 + px + q$

☆ $ax^2 + bx + c$

☆ $(ax^2 + bx + c)(ax^2 + bx + d) + k$

☆ $(x + a)(x + b)(x + c)(x + d) + k$

☆ $(x + a)(x + b)(x + c)(x + d) + kx^2$

☆ $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

☆ $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

☆ $a^3 \pm b^3$

☆ اگر کثیر رقمی جملے $p(x)$ کو $(x-a)$ پر تقسیم کیا جائے تو $p(a)$ بطور باقی حاصل ہوتا ہے۔

☆ اگر کسی کثیر رقمی $p(x)$ میں متغیر x کی جگہ کوئی خاص نمبر $x = a$ درج کرنے سے $p(a) = 0$ ہو جائے تو $x = a$ کو کثیر رقمی $p(x)$ کا زیرو کہتے ہیں۔

☆ اگر $p(a) = 0$ ہو تو $(x-a)$ کثیر رقمی $p(x)$ کا جزو ضربی ہوتا ہے۔ برعکس اس کے اگر $(x - a)$ کثیر رقمی $p(x)$ کا جزو ضربی ہو تو $p(a) = 0$ ہوگا۔

مسئلہ تجزی کی مدد سے تین درجی کثیر رقمی جملوں کی تجزی کی ہے۔

معروضی سوالات

☆ **درست جواب پر (✔) کا نشان لگائیں۔**

-1 کسی الجبری جملے کو اس کے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھنے کا عمل کہلاتا ہے۔

(A) عاد (B) تجزی (C) ذواضعاف اقل (D) عاد اعظم

-2 $5a + 10b + 20C$ کی تجزی ہوگی۔

(A) $a+b+2c$ (B) $5(a+2b+4C)$ (C) $2a+4b+3c$ (D) $a+2b+3c$

-3 $x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3$ کی تجزی ہوگی۔

(A) $x^2y^2z^2$ (B) $(x+y+z)$ (C) $xyz(x+y+z)$ (D) $x^2y^2z^2(x+y+z)$

-4 $3p - 3q - 18r$ کی تجزی ہوگی۔

(A) $3(p - q - 6r)$ (B) $p - q - 6r$ (C) $3p - q - 6r$ (D) $p - q - r$

-5 $3x - 3a + xy - ay$ کی تجزی ہوگی۔

(A) $(3 + x)(y - a)$ (B) $(3 + y)(x - a)$ (C) $(x + y)(a - y)$ (D) $(x - y)(3 - y)$

-6 $5ax - 3ay - 5bx + 3by$ کی تجزی ہوگی۔

(A) $(a - b)(5x+3y)$ (B) $5x + 3y$ (C) $a - b$ (D) $(a - b)(5x - 3y)$

-7 $(x^2 - y^2) z + (y^2 - z^2) x$ کی تجزی ہوگی۔

(A) $(x - z)(xz + y^2)$ (B) $(x - z)(x - y^2)$ (C) $(x + z)(x - y^2)$ (D) $(x + y^2)(x + z)$

-8 $25x^2 + 16 + 40x$ کی تجزی ہوگی۔

(A) $(4x + 5)^2$ (B) $(5x + 4)^2$ (C) $(5x + 5)^2$ (D) $(5x + 5)^2$

-9 $144a^2 + 24a + 1$ کی تجزی ہوگی۔

(A) $(12a + 1)^2$ (B) $(12a - 1)^2$ (C) $(1 - 2a)^2$ (D) $(1 - 2a + 12)^2$

-10 $\frac{x^2}{y^2} - 2 + \frac{y^2}{x^2}$ کی تجزی ہوگی۔

(A) $(\frac{x}{y} + \frac{y}{a})^2$ (B) $(\frac{x}{y} + 2)^2$ (C) $(\frac{x}{y} - 2)^2$ (D) $(\frac{x}{y} - \frac{y}{x})^2$

-11 $6x^4 - 96$ کی تجزی ہوگی۔

(A) $6(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$ (B) $6(x - 2)(x + 2)$

(C) $6(x^2 + 4)$ (D) $(x - 2)(x^2 + 4)$

-12 $3x^2 - 75y^2$ کی تجزی ہوگی۔

(A) $(3x - 5y)(3x + 5y)$ (B) $3(x - 5y)$

(C) $3(x - 5y)(x + 5y)$ (D) $(x - 5y)(x + 5y)$

-13 $x^2 + 5x - 36$ کی تجزی ہوگی۔

(A) $(x - 9)(x + 4)$ (B) $(x + 9)(x - 4)$ (C) $(x + 9)(x + 4)$ (D) $(x - 9)(x - 4)$

-14 $10x^2 - 41xy + 21y^2$ کی تجزی ہوگی۔

(A) $(x - 7y)(5 - 3y)$ (B) $(2x + 7y)(5x + 3y)$

(C) $(2x - 7y)(5x - 3y)$ (D) $(x + y)(5x + y)$

-15 $y^2 + 10y - 96$ کی تجزی ہوگی۔

(A) $(y + 16)(y - 6)$ (B) $(y + 6)(y - 6)$ (C) $(y + 16)(y + 16)$ (D) $(y + 3)(y - 6)$

-16 $1 - 125x^3$ کی تجزی ہوگی۔

(A) $1 - 5x$ (B) $(1 + 5x)(1 + 5x - 25x^2)$

(C) $1 + 5x$ (D) $(1 - 5x)(1 + 5x + 25x^2)$

17- $25m^2n^2 + 10mn + 1$ کی تجزی ہوگی۔

(A) $(6mn + 1)^2$ (B) $(5mn + 1)^2$ (C) $(3mn + 1)^2$ (D) $(10mn + 1)^2$

18- $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$ کی تجزی ہوگی۔

(A) $x^2 + y^2 + 2xy$ (B) $x^2 + y^2$ (C) $x^3 - y^3$ (D) $x^3 + y^3$

19- $9a^2 - 12ab$ میں کیا جمع کیا جائے کہ مکمل مربع بن جائے۔

(A) b^2 (B) $4b^2$ (C) $16b^2$ (D) $-16b^2$

20- مکمل مربع کے لیے باقی بچنا چاہیے۔

(A) -1 (B) 2 (C) 1 (D) 0

21- m کی کس قیمت کے لیے $x^2 + 4x + m$ مکمل مربع ہوگا؟

(A) -4 (B) $+4$ (C) -8 (D) $+8$

22- $1 - y^2$ کی تجزی ہے۔

(A) $(1 - y)(1 + y^2)$ (B) $(1 + y)(1 - y)$ (C) $(1 - y)(1 - y)$ (D) $(1 + y)(1 + y)$

23- اگر کثیر رقمی جملے $p(x)$ کو $(x-a)$ پر تقسیم کیا جائے تو $p(a)$ بطور......................حاصل ہوتا ہے۔

(A) عاد (B) تجزی (C) باقی (D) ذو اضعاف اقل

24- $a^2 + 2ab + b^2 = ?$

(A) $(a - b)^2$ (B) $(a + b)^2$ (C) $(a + b)^3$ (D) $(a - b)^3$

25- $a^2 - 2ab + b^2 = ?$

(A) $(a - b)^2$ (B) $(a + b)^2$ (C) $(a + b)^3$ (D) $(a - b)^3$

26- $(a + b)(a - b) = ?$

(A) $(a - b)^2$ (B) $(a + b)^2$ (C) $a^2 - b^2$ (D) $a^3 - b^3$

27- $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 =$ ؟

(A) $(a - b)^3$ (B) $(a + b)^3$ (C) $(a - b)^2$ (D) $(a + b)^2$

28- $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 =$ ؟

(A) $(a - b)^3$ (B) $(a + b)^3$ (C) $(a - b)^2$ (D) $(a + b)^2$

29- $(a - b)(a^2 + ab + b^2) =$ ؟

(A) $(a - b)^3$ (B) $(a + b)^3$ (C) $a^3 - b^3$ (D) $a^3 + b^3$

30- $(a + b)(a^2 - ab + b^2) =$ ؟

(A) $(a - b)^3$ (B) $(a + b)^3$ (C) $a^3 + b^3$ (D) $a^3 - b^3$

جوابات:

1- تجزی
2- $5(a+2b+4C)$
3- $x^2y^2z^2(x+y+z)$
4- $3(p - q - 6r)$
5- $(3 + y)(x - a)$
6- $(a - b)(5x - 3y)$
7- $(x - z)(xz + y^2)$
8- $(5x + 4)^2$
9- $(12a + 1)^2$
10- $(\frac{x}{y} - \frac{y}{x})^2$
11- $6(x-2)(x+2)(x^2+4)$
12- $3(x-5y)(x+5y)$

13- $(x + 9)(x - 4)$ 14- $(2x - 7y)(5x - 3y)$ 15- $(y + 16)(y - 6)$ 16- $(1 - 5x)(1 + 5x + 25x^2)$

17- $(5mn + 1)^2$ 18- $x^3 + y^3$ 19- $4b^2$ 20- 0

21- $+4$ 22- $(1 + y)(1 - y)$ 23- باقی 24- $(a + b)^2$

25- $(a - b)^2$ 26- $a^2 - b^2$ 27- $(a - b)^3$ 28- $(a + b)^3$

29- $a^3 - b^3$ 30- $a^3 - b^3$

☆ مندرجہ ذیل سوالات کے مختصر جوابات تحریر کریں۔

1- تجزی کا عمل کیوں استعمال کیا جاتا ہے؟

جواب: تجزی کا ریاضی میں ایک اہم کردار ہے۔ اس سے پیچیدہ جملوں کا مطالعہ نسبتاً آسان اور سادہ جملوں میں بدل جاتا ہے۔

2- اجزائے ضربی سے کیا مراد ہے؟

جواب: اگر کثیر رقمی جملے $P(x)$ کا اظہار کثیر رقمیوں $g(x)$ اور $h(x)$ کے حاصل ضرب یعنی $P(x) = g(x)\,h(x)$ کی شکل میں کیا جائے تو کثیر رقمیوں $g(x)$ اور $h(x)$ میں سے ہر ایک کثیر رقمی $P(x)$ کا جزو ضربی کہلاتا ہے۔

3- تجزی کی تعریف کریں۔

جواب: جب کوئی کثیر رقمی جملہ ایسے اجزائے ضربی کے حاصل ضرب کی شکل میں لکھا گیا ہو کہ ہر جزو ضربی مفرد جملہ ہو تو دیے گئے کثیر رقمی جملے کی تجزی کا عمل مکمل ہو جاتا ہے ایسی تجزی کو مکمل تجزی یا مفرد تجزی کہتے ہیں۔

4- $ka + kb + kc$ کی تجزی کریں۔

جواب: (k ہر قسم میں مشترک ہے)

$= ka + kb + kc$

$= k(a + b + c)$

5- $5a - 10b + 15c$ کی تجزی کریں۔

جواب: (5 ہر رقم میں مشترک ہے)

$= 5a - 10b + 15c$

$= 5(a - 2b + 3c)$

6- $3a - 12b - 3c$ کی تجزی کریں۔

جواب: (3 ہر رقم میں مشترک ہے)

$= 3a - 12b - 3c$

$= 3(a - 4b - c)$

7- $ac + bc - ad - bd$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$= ac + bc - ad - bd$

مناسب ترتیب دینے سے

$= ac - ad + bc - bd$

$= a(c - d) + b(c - d)$

$= (a + b)(c - d)$

8- $4x + 4a + xy + ay$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$= 4x + 4a + xy + ay$

$= 4x + xy + 4a + ay$
$= x(4 + y) + a(4 + y)$
$= (x + a)(4 + y)$

-9 $xyz^2 + yz^3 + xz^3 + z^4$ کی تجزی کریں۔

جواب:

رقموں کو ترتیب دینے سے

$= xyz^2 + yz^3 + xz^3 + z^4$
$= z^2(xy + xz + yz + z^2)$
$= z^2[x(y+z) + z(y + z)]$
$= z^2[(x + z)(y + z)]$
$= z^2(x + z)(y + z)$

-10 $4x^2 + 9 + 12x$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 2(2x)(3) + (3)^2$
$= (2x + 3)^2 = (2x + 3)(2x + 3)$

-11 $25x^2 + 55x + 121$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$25x + 55x + 121 = (5x)^2 + 2(5x)(11) + (11)^2$
$= (5x + 11)^2$
$= (5x + 11)(5x + 11)$

-12 $2x^2 + 16x + 32$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$= 2x^2 + 16x + 32$
$= 2(x^2 + 8x + 16)$
$= 2[(x)^2 + 2(x)(4) + (4)^2] = 2(x + 4)^2$
$= 2(x + 4)(x + 4)$

-13 $(3x + \frac{1}{x})^2 + 4(3x + \frac{1}{x}) + 4$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$(3x + \frac{1}{x})^2 + 4(3x + \frac{1}{x}) + 4$

فرض کیا $3x + \frac{1}{x} = y$

$= y^2 + 4y + 4$
$= (y)^2 + 2(y)(2) + (2)^2 = (y + 2)^2 = (y + 2)(y + 2)$

y کی قیمت درج کرنے سے
$= (3x + \frac{1}{x} + 2)(3x + \frac{1}{x} + 2)$

$(3x + \frac{1}{x} + 2)(3x + \frac{1}{x} + 2)$

-14 $4x^2 - 169$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$4x^2 - 169$
$= (2x)^2 - (13)^2$
$= (2x + 13)(2x - 13)$

15- $4x^4 - 9x^2$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$$4x^4 - 9x^2$$
$$= x^2(4x^2 - 9)$$
$$= x^2[(2x)^2 - (3)^2]$$
$$= x^2(2x+3)(2x-3)$$

16- $36x^2 - 12x + 1 - 49y^2$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$$36x^2 - 12x + 1 - 49y^2$$
$$= [(6x)^2 - 2(6x)(1) + (1)^2] - (7y)^2$$
$$= (6x-1)^2 - (7y)^2$$
$$= (6x - 1 + 7y)(6x - 1 - 7y)$$

17- $\frac{a^2}{b^2} + 2 + \frac{b^2}{a^2} - 9c^2$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$$\frac{a^2}{b^2} + 2 + \frac{b^2}{a^2} - 9c^2$$
$$= \left[\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 2\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{b}{a}\right) + \left(\frac{b}{a}\right)^2\right] - (3c)^2$$
$$= \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 - (3c)^2$$
$$= \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 3c\right)\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 3c\right)$$

18- $4x^4 + 81y^4$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$$4x^4 + 81y^4$$
$$= 4x^4 + 81y^4 + 36x^2y^2 - 36x^2y^2$$
$$= (2x^2)^2 + 2(2x^2)(9y^2) + (9y^2)^2 - 36x^2y^2$$
$$= (2x^2 + 9y^2)^2 - (6xy)^2$$
$$= (2x^2 + 9y^2 + 6xy)(2x^2 + 9y^2 - 6xy)$$
$$= (2x^2 + 6xy + 9y^2)(2x^2 - 6xy + 9y^2)$$

19- $x^2 - 5x + 6$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$$x^2 - 5x + 6$$
$$= x^2 - 2x - 3x + 6$$
$$= x(x-2) - 3(x-2)$$
$$= (x-2)(x-3)$$

20- $x^2 + 10x + 24$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$$x^2 + 10x + 24$$
$$= x^2 + 4x + 6x + 24$$
$$= x(x+4) + 6(x+4)$$
$$= (x+4)(x+6)$$

21- $2x^2 + 2x - 24$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$$2x^2 + 2x - 24$$
$$= 2(x^2 + x - 12)$$
$$= 2(x^2 + 4x - 3x - 12)$$
$$= 2[x(x + 4) - 3(x + 4)]$$
$$= 2(x - 3)(x + 4)$$

22- $x^2 - 4x - 21$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$$x^2 + 3x - 7x - 21$$
$$= x(x + 3) - 7(x + 3)$$
$$= (x + 3)(x - 7)$$

23- $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$$a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$$
$$= (a)^3 + (b)^3 + 3(a)^2(b) + 3(a)(b)^2$$
$$= (a + b)^3$$
$$= (a + b)(a + b)(a + b)$$

24- $8x^3 + 60x^2y + 150xy^2 + 125y^3$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$$8x^3 + 60x^2y + 150xy^2 + 125y^3$$
$$= 8x^3 + 125y^3 + 60x^2y + 150xy^2$$
$$= (2x)^3 + (5y)^3 + 3(2x)^2(5y) + 3(2x)(5y)^2$$
$$= (2x + 5y)^3$$
$$= (2x + 5y)(2x + 5y)(2x + 5y)$$

25- $x^3 - 27y^3 - 9x^2y + 27xy^2$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$$x^3 - 27y^3 - 9x^2y + 27xy^2$$
$$= (x)^3 - (3y)^3 - 3(x)^2(3y) + 3(x)(3y)^2$$
$$= (x - 3y)^3$$
$$= (x - 3y)(x - 3y)(x - 3y)$$

26- $1 + 64y^3$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$$1 + 64y^3 = (1)^3 + (4y)^3$$
$$= (1 + 4y)[(1)^2 - (1)(4y) + (4y)^2]$$
$$= (1 + 4y)(1 - 4y + 16y^2)$$

27- $8x^3 - 27y^3$ کی تجزی کریں۔

جواب:

$$8x^3 - 27y^3 = (2x)^3 - (3y)^3$$
$$= (2x - 3y)[(2x)^2 + (2x)(3y) + (3y)^2]$$
$$= (2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2)$$

28- مسئلہ باقی میں 'باقی' سے کیا مراد ہے؟

جواب: اگر کسی کثیر رقمی جملے $P(x)$ کو یک درجی جملہ $(x - a)$ پر تقسیم کیا جائے تو $P(a)$ بطور باقی حاصل ہوتا ہے۔

29- کثیررقتی جملے کا زیرو سے کیا مراد ہے؟

جواب: اگر کسی کثیررقتی جملے $P(x)$ میں متغیر کی جگہ ایک مخصوص نمبر 'a' درج کرنے سے $P(a) = 0$ حاصل ہو تو $x = a$ کو کثیررقتی $P(x)$ کا زیرو کہتے ہیں۔

30- جزوضربی سے کیا مراد ہے۔

جواب: اگر کسی کثیررقتی $P(x)$ کے لیے $P(a)=0$ ہو جائے تو $(x - a)$ کثیررقتی کا ایک جزوضربی ہوتا ہے۔

31- مسئلہ باقی کی مدد سے باقی معلوم کریں جب $3x^2-2x+1$ کو $x-2$ پر تقسیم کیا جائے۔

جواب: فرض کیا کہ $P(x) = 3x^2 - 2x + 1$

مسئلہ باقی کی مدد سے $P(x)$ کو $x - 2$ پر تقسیم کرنے سے

$$\text{باقی } R = P(2) = 3(2)^2 - 2(2) + 1$$
$$= 3(4) - 4 + 1$$
$$= 12 + 1 - 4$$
$$= 9$$

32- مسئلہ باقی کی مدد سے باقی معلوم کریں جب $x^3 + 2x^2 - 3x+2$ کو $x + 3$ پر تقسیم کیا جائے۔

جواب: فرض کیا $P(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 2$

مسئلہ باقی کی مدد سے $P(x)$ کو $x + 3$ پر تقسیم کرنے سے

$$\text{باقی } R = P(-3) = (-3)^3 + 2(-3)^2 - 3(-3) + 2$$
$$= -27 + 18 + 9 + 2$$
$$= 2$$

33- مسئلہ باقی کی مدد سے باقی معلوم کریں جب $4x^2 + x - 1$ کو x پر تقسیم کیا جائے۔

جواب: فرض کیا $P(x) = 4x^2 + x - 1$

مسئلہ باقی کی مدد سے $P(x)$ کو X پر تقسیم کرنے سے۔

$$\text{باقی } = R = P(O) = 4(0)^2 + 0 - 1$$
$$= -1$$

34- اگر جملہ $x^3 - px^2 + 2x - 3$ کو $x + 3$ پر تقسیم کیا جائے تو باقی -3 بچے تو P کی قیمت معلوم کریں۔

جواب:

$$P(x) = x^3 - px^2 + 2x - 3$$
$$P(-3) = (-3)^3 - P(-3)^2 + 2(-3) - 3$$
$$= -27 - 9P - 6 - 3$$
$$P(-3) = -36 - 9p$$

دی گئی شرط کے مطابق

$$P(-3) = -3 \Rightarrow -36 - 9p = -3$$
$$-9P = -3 + 36$$
$$-9P = 33$$
$$P = -\frac{33^{11}}{9_3}$$

$$P = -\frac{11}{3}$$

35- تعین کریں کہ $x - 1$ کثیر رقمی $x^2 - 5x + 2$ کا جزو ضربی ہے یا نہیں

جواب: فرض کیا

$$P(x) = x^2 - 5x + 2$$

$$P(1) = (1)^2 - 5(1) + 2$$

$$= 1 - 5 + 2 = -2 \neq 0$$

لہٰذا مسئلہ تجزی کی رو سے $x - 1$ کثیر رقمی $P(x)$ کا جزو ضربی نہیں ہے۔

36- تعین کریں کہ $(x + 2)$ کثیر رقمی $2x^3 + x^2 + x + 14$ کا جزو ضربی ہے یا نہیں۔

جواب: فرض کیا

$$P(x) = 2x^3 + x^2 + x + 14$$

$$P(-2) = 2(-2)^3 + (-2)^2 + (-2) + 14$$

$$= 2(-8) + (4) - 2 + 14$$

$$= -16 + 4 - 2 + 14 = 0$$

لہٰذا مسئلہ تجزی کی رو سے $x + 2$ کثیر رقمی $P(x)$ کا جزو ضربی ہے۔

37- کلیہ مکمل کریں۔ $(a + b)^2 = ?$

جواب: $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

38- کلیہ مکمل کریں۔ $(a - b)^2 = ?$

جواب: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

39- کلیہ مکمل کریں۔ $a^2 - b^2 = ?$

جواب: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

40- کلیہ مکمل کریں۔ $(a + b)^3 = ?$

جواب: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

41- کلیہ مکمل کریں۔ $(a - b)^3 = ?$

جواب: $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

42- اگر $x - 2$ کثیر رقمی $P(x) = x^2 + 2kx + 8$ کا جزو ضربی ہو تو k کی قیمت معلوم کریں۔

جواب:

$$P(x) = x^2 + 2kx + 8$$

$$P(2) = (2)^2 + 2k(2) + 8 = 4 + 4k + 8$$

$$P(2) = 12 + 4k$$

سوال کی شرط کے مطابق

$$4k + 12 = 0$$

$$4k = -12$$

$$k = \frac{-12}{4}$$

$$k = -3$$

*****